1 次の(1)〜(10)に答えなさい。

(1) $(-5)+(-2)$ を計算しなさい。　-7

(2) $3(a+b)-2(a-b)$ を計算しなさい。　$a+5b$

(3) $4\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}$ を計算しなさい。　$8\sqrt{6}$

(4) 正四面体の辺の数を答えなさい。　6

(5) $4x^2-9y^2$ を因数分解しなさい。　$(2x+3y)(2x-3y)$

(6) y 軸を対称の軸として、直線 $y=-3x+1$ と線対称となる直線の式を求めなさい。

$y=3x+1$

(7) 関数 $y=5x^2$ について、x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

$0\leqq y\leqq 45$

(8) 右の表は、ある中学校の女子20人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。この表から求めた最頻値が12.5mであるとき、a、b にあてはまる数の組み合わせは全部で何通りあるか、求めなさい。

$(a,b)=(6,5),(7,4),(8,3),(9,2)$
$(10,1),(11,0)$

6通り

ハンドボール投げの記録

階級（m）	度数（人）
0.0 以上 〜 5.0 未満	1
5.0 〜 10.0	5
10.0 〜 15.0	a
15.0 〜 20.0	b
20.0 〜 25.0	3
計	20

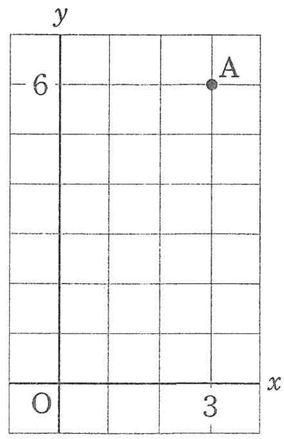
(9) △ABCにおいて、AB = 8cm、BC = 6cm、CA = x cmである。△ABCが直角三角形になるときの x の値をすべて求めなさい。

i) CAが斜辺の場合
$x^2=8^2+6^2$
$x>0$ より
$x=10$

ii) ABが斜辺の場合
$8^2=x^2+6^2$
$x>0$ より
$x=2\sqrt{7}$

$x=10,\ 2\sqrt{7}$

(10) 右の図のように、点A（3，6）をとる。また、1から6までの目が出るさいころを2回投げて、最初に出た目の数を a、2回目に出た目の数を b とし、2点B（2，a）、C（1，b）をとる。このとき、3点A、B、Cが1つの直線上に並ぶ確率を求めなさい。ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



B(2,4) C(1,2)

B(2,5) C(1,4)

B(2,6) C(1,6)

$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

2 一直線にのびた線路と、その横に、線路に平行な道路がある。電車が駅に停車していると、あさひさんが乗った自転車が電車の後方から、電車の進行方向と同じ方向に走ってきた。図1のように、停車している電車の先端を地点Pとする。このとき、電車が地点Pを出発したのと同時に、自転車も地点Pを通過した。

電車が地点Pを出発してから x 秒間に電車と自転車が進む距離を y mとする。$0 \leqq x \leqq 30$ のとき、電車は $y = \frac{3}{10}x^2$ の関係になり、自転車は $y = 6x$ の関係になることがわかっている。

図2は、電車と自転車について、x と y の関係をグラフに表したものである。(1)〜(4)に答えなさい。

図1

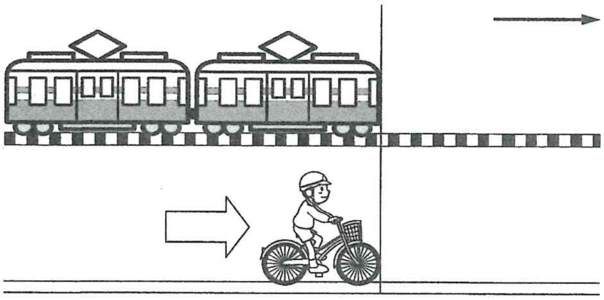
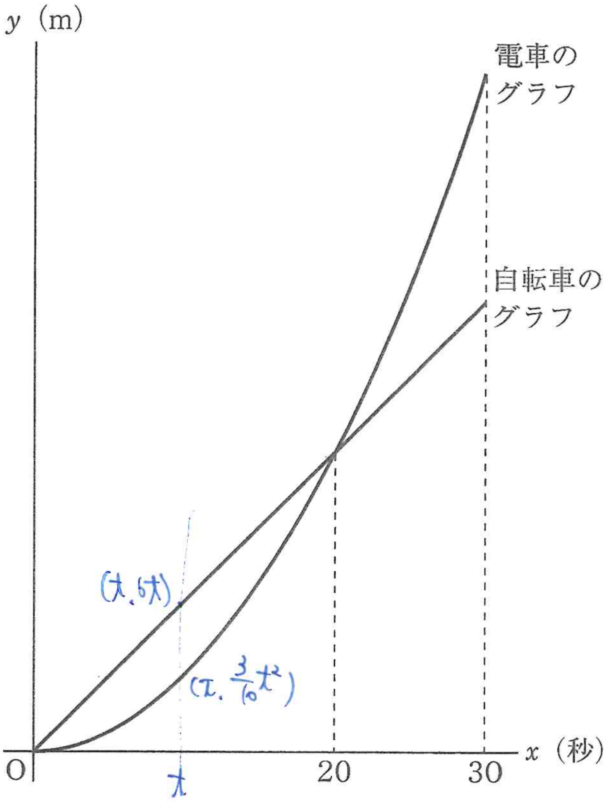


図2



(1) 電車が自転車に追いつくのは、地点Pから何m離れた地点か、求めなさい。

120 m

(2) 電車が地点Pを出発して10秒後から20秒後までの電車の平均の速さは秒速何mか、求めなさい。

x	10 → 20
y	30 → 120

$\frac{120-30}{20-10} = \frac{90}{10} = 9$

秒速 9m

(3) $0 \leqq x \leqq 20$ のとき、自転車と電車が30m離れるのは、電車が地点Pを出発してから何秒後か、求めなさい。

x 秒後とすると

あさひさんは地点Pから $6x$ (m),

電車は地点Pから $\frac{3}{10}x^2$ (m)

$6x - \frac{3}{10}x^2 = 30$

これを解いて $x = 10$

この解は問題に適している

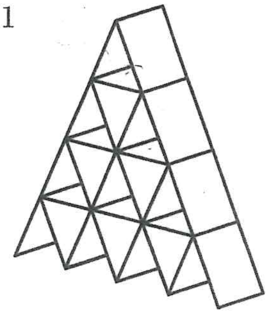
10秒後

(4) 地点Pから150m離れた地点において、電車が到達してから自転車が到達するまでにおよそ何秒かかるか、求め方を説明しなさい。ただし、実際に何秒かかるかを求める必要はない。

後述

3 まことさんは、トランプを使って図１のようなタワーをつくろうと考えた。できるだけ大きなタワーをつくるために、必要なトランプの枚数を調べることにした。(1)・(2)に答えなさい。

図１



(1) まことさんは、図２のように、トランプの代わりに同じ長さの棒を並べたモデルをつくり、棒の本数を数えることでトランプの枚数を調べることにした。(a)・(b)に答えなさい。

(a) まことさんは、図３のように、上から１段目、２段目、３段目、４段目、…、n段目と分けて、各段の棒の本数を、横向きの棒と斜め向きの棒に着目して、下のような表にまとめようとしている。表の（ ア ）にあてはまる数を、$\boxed{イ}$ にはあてはまるnを用いた式を、それぞれ書きなさい。

図２

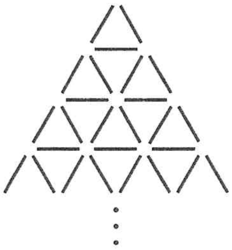


図３

１段目
２段目
３段目
４段目
⋮
n段目

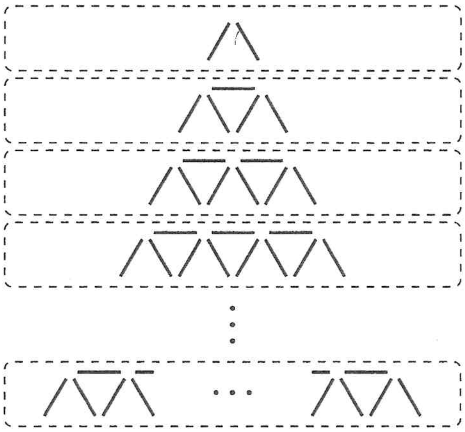


表　　　ア：14　　イ：n-1

段（段目）	1	2	3	4	5	…	n
横向きの棒の本数（本）	0	1	2			…	$\boxed{イ}$
斜め向きの棒の本数（本）	2	4	6			…	
各段の棒の本数（本）	2	5	8		（ ア ）	…	

(b) トランプ１組54枚を使うと最大何段のタワーをつくることができるか、求めなさい。ただし、使わないトランプがあってもよいものとする。

段目	1	2	3	4	5	6	7
各段の棒の本数	2	5	8	11	14	17	20

5段のタワーをつくるのに 40 枚

6段のタワーをつくるのに ~~49~~ 57 枚

7段のタワーをつくるのに ~~69~~ 77 枚　必要となるので、

単純な計算ミスにより誤答してしまいました。
今回のことを教訓として 現状に驕ることなく
今後も精進してまいります。
申し訳ありませんでした。

~~6段~~　5段

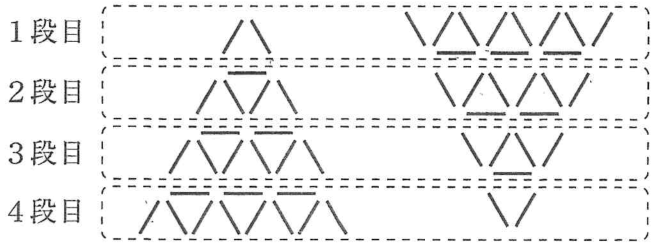
(2) まことさんは、タワーをつくるために、必要なトランプの枚数を効率的に調べる方法について、次のように考えをまとめた。(a)・(b)に答えなさい。

【まことさんの考え】

［4段のとき］

図4のように、4段のモデルと、同じものを逆さまにしたモデルを組み合わせて、上から1段目、2段目、3段目、4段目を考えると、各段の棒の本数は、それぞれ（ ウ ）本で同じになる。

図4

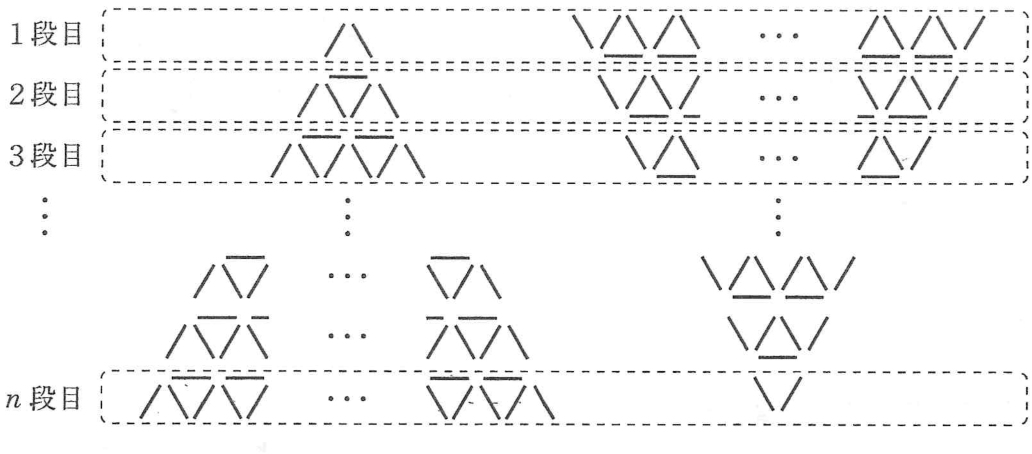


このことを利用すれば、4段のタワーに必要なトランプの枚数を求めることができる。

［n段のとき］

図5のように、n段のモデルと、同じものを逆さまにしたモデルを組み合わせて、上から1段目、2段目、3段目、…、n段目を考えると、各段の棒の本数は、それぞれ（ $\boxed{\text{エ}}$ ）本で同じになる。

図5



これらの考え方を利用すれば、何段のタワーであっても、必要なトランプの枚数を求めることができる。

(a) 【まことさんの考え】の（ ウ ）にあてはまる数を、$\boxed{\text{エ}}$ にはあてはまるnを用いた式を、それぞれ書きなさい。

ウ： 13　　　エ： $2+(3n-1) = 3n+1$

(b) 20段のタワーをつくるために、必要なトランプは何枚か、求めなさい。

[まことさんの考え] より

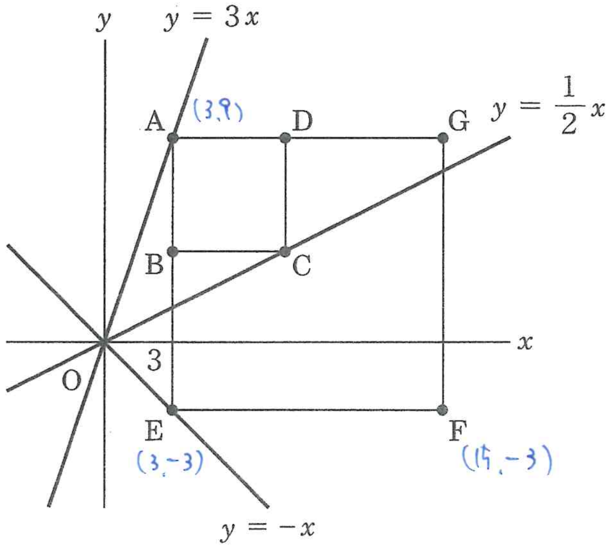
n段のタワーをつくるのに必要なトランプの枚数は

$\frac{n(3n+1)}{2}$ 枚となるので、$n=20$ より

$\frac{20\times(3\times20+1)}{2} = 610$

610 枚

4 下の図のように、直線 $y = 3x$ 上に点A、直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上に点C、直線 $y = -x$ 上に点Eがあり、点Aの x 座標は3である。また、四角形ABCDと四角形AEFGがともに正方形になるように点B、D、F、Gをとる。ただし、点Cと点Fの x 座標はともに3より大きく、辺ABと辺AEはともに y 軸に平行とする。(1)〜(4)に答えなさい。



(1) 点Eの座標を求めなさい。

(3 , −3)

(2) 2点A、Fを通る直線の式を求めなさい。

A(3,9) , F(15, −3) より

$y = -x + 12$

(3) 正方形ABCDを、辺ABを回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

点Cは 直線 $y = \frac{1}{2}x$ と直線AFの交点なので、

$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -x + 12 \end{cases}$

これを解いて

C(8, 4)

よって B(3, 4)

したがって求める回転体は

底面の半径 5 , 高さ5の 円柱 なので

$25\pi \times 5 = 125\pi$

125π

(4) 辺FG上に点Pをとり、△OAPの周の長さが最小となるような点Pの座標を求めなさい。

OP + AP の長さが最小のとき

△OAP の周の長さが最小 となる。

点Oを 直線GFを対称の軸として対称移動

した点O′の 座標は (30 , 0) となる。

求める点Pは 直線 AO′ と 直線GFの交点なので

A(3, 9) , O′(30, 0) より

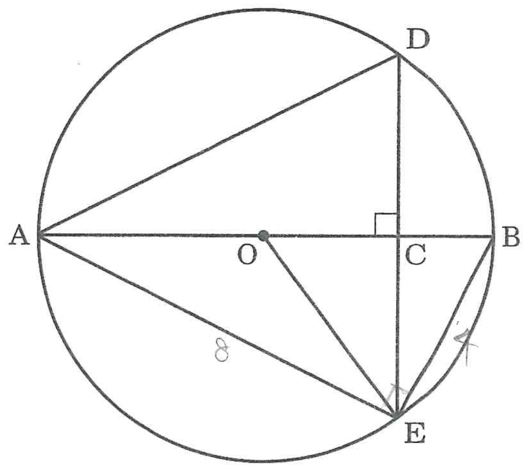
直線AO′の式は $y = -\frac{1}{3}x + 10$

$x = 15$ より

$y = 5$

P(15, 5)

5 下の図のように、円Oの直径AB上に点Cをとり、点Cを通り直径ABに垂直な直線と円Oとの交点をそれぞれD、Eとする。中心Oと点E、点Aと点D、点Aと点E、点Bと点Eをそれぞれ結ぶ。(1)〜(4)に答えなさい。



(1) ∠AEBの大きさを求めなさい。

90°

(2) △AED ∽ △OEBの証明について、(a)・(b)に答えなさい。

(a) △AED ∽ △OEBを証明するために、次のように△DAC ≡ △EACを証明した。［　　　］にあてはまる言葉を書きなさい。

【△DAC ≡ △EAC の証明】

△DACと△EACで
ACは共通だから、AC = AC ……①
仮定より、∠DCA = ∠ECA = 90° ……②
また、直径ABは弦DEの垂直二等分線だから、DC = EC ……③
①、②、③より、［　　　］が、それぞれ等しいので、△DAC ≡ △EAC

2組の辺とその間の角

(b) (a)で示したことを用いて、△AED ∽ △OEBを証明しなさい。

後述

(3) △AEDと△OEBの相似比が5：3であり、△AEDの面積が50 cm²であるとき、△AEBの面積を求めなさい。

△AEDと△OEBの相似比 5:3より
面積比は 25:9
△AED = 50 より
△OEB = 18

△OEBと△AEBは高さが等しい三角形だから
面積の比は底辺の比と等しくなるので
△OEB : △AEB = 1 : 2
△OEB = 18 より
△AEB = 36

36 cm²

(4) AD = 8 cm、BE = 4 cmのとき、AC：CBを求めなさい。

△DAC≡△EAC より AD=8だから
AE=8
△BCEと△ECAは相似比1:2の相似となるので
BE=4, AE=8より
BC : EC = 1:2
EC : AC = 1:2 だから

BC:EC:AC = 1:2:4
1だから、2

AC : CB = 4:1

2 (4) $y=6x$ と $y=\frac{3}{10}x^2$ のそれぞれの式における $y=150$ のときの x の値 $(0 \leqq x \leqq 30)$ を求める。求めた x の値は自転車と電車のそれぞれが地点Pから150m離れた地点に到達するのに必要な時間である。

(1) の結果より、地点Pから150m離れた地点に到達するのに必要な時間は、自転車の方が電車よりも大きくなるので、

自転車が必要とする時間から電車が必要とする時間をひけばよい。

5 (2)(b) (証明)

△AEDと△OEBにおいて

$\overset{\frown}{AE}$ に対する円周角は等しいので

$\angle ADE = \angle OBE$ …①

(a) より 合同な図形では対応する角の大きさは等しいので

$\angle DAC = \angle EAC$

よって

$\angle DAE = \angle DAC + \angle EAC$ だから

$\angle DAE = 2\angle EAB$ …②

$\overset{\frown}{BE}$ に対する中心角と円周角なので

$\angle BOE = 2\angle EAB$ …③

②③より

$\angle DAE = \angle BOE$ …④

①④より

2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle AED \backsim \triangle OEB$ (証明終わり)