1 次の(1)～(10)に答えなさい。

(1) $(-8) \div 4$ を計算しなさい。　-2

(2) $\dfrac{5x+y}{2} + \dfrac{3x-y}{4}$ を計算しなさい。　$\dfrac{13x+y}{4}$

(3) 折り紙を1人に3枚ずつ x 人に配ると100枚ではたりない。この数量の関係を不等式に表しなさい。

$3x > 100$

(4) 二次方程式 $x^2 - 10x + 16 = 0$ を解きなさい。

$x = 2, 8$

(5) 次の調査のうち、標本調査が適当であるものはどれか、ア～エから2つ選びなさい。

ア　国勢調査　　イ　ある湖の水質調査
ウ　テレビ番組の視聴率調査　　エ　学校で行う進路希望調査

イ，ウ

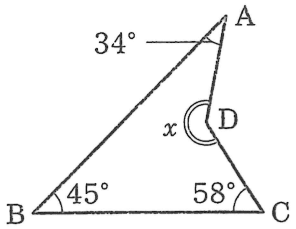
(6) 面の数が6つである角錐の辺の数は何本か、書きなさい。

10本

(7) 3点A$(-1, 7)$、B$(5, -5)$、C$(a, 1)$ が一直線上にあるとき、a の値を求めなさい。

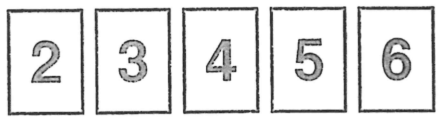
$a = 2$

(8) 右の図のような、辺の数が4本でへこみのある図形がある。図のように、$\angle A = 34°$、$\angle B = 45°$、$\angle C = 58°$ のとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



$\angle x = 223°$

(9) 右のような、2から6までの数字が書かれた5枚のカードがある。このカードを箱に入れ、箱からカードを1枚ずつ2回続けて取り出す。1回目、2回目に取り出したカードに書かれた数をそれぞれ a、b とするとき、$\dfrac{b}{a}$ が約分できる確率を求めなさい。ただし、どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。



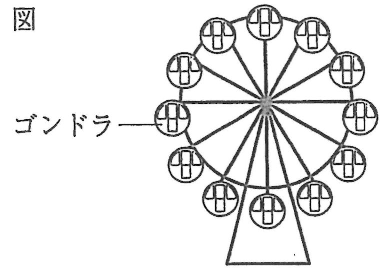
$\dfrac{2}{5}$

(10) 関数 $y = x^2$ について、x の変域が $a \leqq x \leqq b$ のときの y の変域が $0 \leqq y \leqq 4$ となるような整数 a、b の値の組は全部で何通りあるか、求めなさい。

5通り

2 ちひろさんは、数学の自由研究で、右の図のようなゴンドラが円周上に設置された観覧車について調べることにした。表1は、ちひろさんが、自分の町の観覧車1基を含む40基の観覧車のゴンドラの台数を度数分布表に整理したものである。(1)～(3)に答えなさい。

図



(1) ある観覧車のゴンドラの台数は32台である。この観覧車が含まれる階級を書きなさい。

30台以上40台未満の階級

表1

階級(台)	度数(基)
10以上 ～ 20未満	2
20 ～ 30	x
30 ～ 40	16
40 ～ 50	9
50 ～ 60	1
60 ～ 70	y
70 ～ 80	1
計	40

(2) 20台以上30台未満の階級の累積相対度数が0.25のとき、表1の x、y の値をそれぞれ求めなさい。

$x = 10$，$y = 1$

(3) 表2は、ちひろさんが調べた40基の観覧車のゴンドラの台数について、平均値、中央値、最頻値、最小値、最大値、範囲をまとめたものである。(a)・(b)に答えなさい。

表2

平均値(台)	36.6
中央値(台)	34
最頻値(台)	32
最小値(台)	16
最大値(台)	72
範囲(台)	56

(a) ちひろさんの町にある観覧車のゴンドラの台数は36台である。ちひろさんの町の観覧車は、調べた40基の観覧車の中で、ゴンドラの台数の少ない方から20番以内にはいっているか、ア・イのいずれか正しいものを選びなさい。また、それが正しいことは、どの値から判断できるか、平均値、中央値、最頻値、最小値、最大値、範囲の中から1つ書きなさい。

ア　20番以内にはいっている。
イ　20番以内にはいっていない。

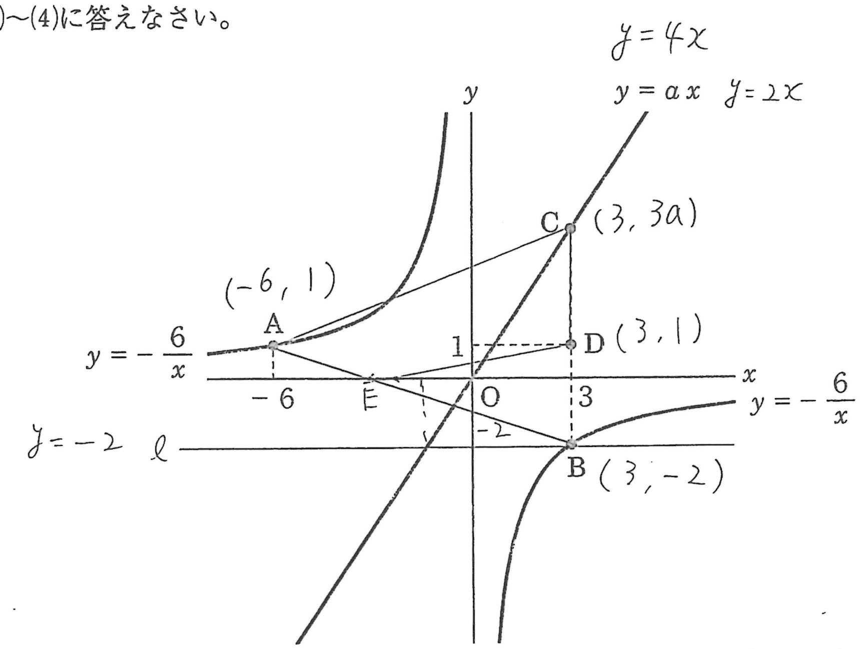
イ，中央値

(b) ちひろさんが、別の10基の観覧車について調べたところ、10基のゴンドラの台数の平均値は35台、最大値は68台、範囲は58台であった。表2のデータに10基のデータを追加して、50基の観覧車のゴンドラの台数について表2を作り直したとき、必ず変わる値はどれか、ア～エからすべて選びなさい。

ア　平均値
イ　中央値
ウ　最頻値
エ　最小値

ア，エ

3 下の図のように、関数 $y=-\dfrac{6}{x}$ のグラフ上に2点A、B、関数 $y=ax$（$a>0$）のグラフ上に点Cがあり、点Aの x 座標は -6、点B、Cの x 座標は3である。また、点Dの座標は（3，1）である。(1)〜(4)に答えなさい。



(1)　$a=2$ のとき、点Cの座標を求めなさい。

$y=2x$

C(3, 6)

(2)　△ADCが二等辺三角形になるとき、a の値を求めなさい。

$y=ax$ は (3, 4) を通る

$y=\frac{4}{3}x$

$a=\frac{4}{3}$

(3)　点Bを通り、x 軸と平行な直線を ℓ とする。$a=4$ のとき、直線 ℓ を対称の軸として、直線 $y=ax$ と線対称となる直線の式を求めなさい。

$y=4x$ に $y=-2$ を代入して

$-2=4x$, $x=-\frac{1}{2}$

$\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$

$y=-4x-4$

(4)　線分ABと x 軸との交点をEとする。四角形AEDCの面積が△ABCの面積の $\frac{1}{2}$ 倍になるとき、a の値を求めなさい。

直線AB : $y=-\frac{1}{3}x-1$

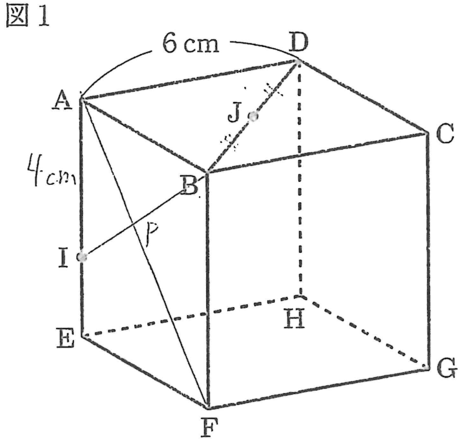
E(−3, 0)

$a=\frac{2}{3}$

4 下の図1のように、1辺の長さが6 cmの立方体ABCDEFGHがあり、辺AE上にAI = 4 cmとなるように点Iをとり、線分BDの中点をJとする。(1)〜(3)に答えなさい。

(1)　立方体ABCDEFGHの辺のうち、辺BCとねじれの位置にある辺はどれか、すべて書きなさい。

図1



辺AE, EF, DH, HG

(2)　線分AFと線分BIの交点をPとするとき、△AIP ∽ △FBPを証明しなさい。

△AIPと△FBPで、

AI // BFより錯角は等しいので、

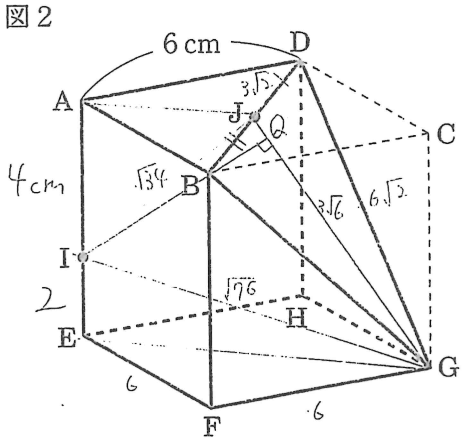
∠IAP = ∠BFP … ①

∠AIP = ∠FBP … ②

①②より 2組の角がそれぞれ等しいので、△AIP ∽ △FBP

(3)　図2は、図1の立方体から4点C、B、G、Dを結んでできる三角錐CBGDを切り取った残りの立体である。(a)・(b)に答えなさい。

図2



(a)　図2の立体の体積は、図1の立方体の体積の何倍か、求めなさい。

$\frac{5}{6}$ 倍

(b)　点Iから線分JGに垂線をひき、線分JGとの交点をQとするとき、線分IQの長さを求めなさい。

$AJ=3\sqrt{2}$

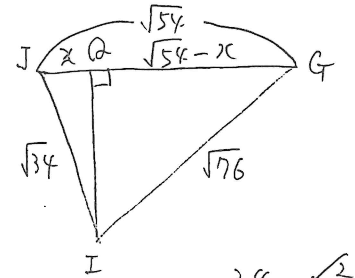
$IJ=\sqrt{18+16}=\sqrt{34}$

$EG=6\sqrt{2}$

$IG=\sqrt{72+4}=\sqrt{76}$

$DG=6\sqrt{2}$

$JG=\sqrt{72-18}=\sqrt{54}$



$IQ^2=(\sqrt{34})^2-x^2=34-x^2$

$IQ^2=(\sqrt{76})^2-(\sqrt{54}-x)^2$

$=76-(54-6\sqrt{6}x+x^2)$

$=22+6\sqrt{6}x-x^2$

$34-\cancel{x^2}=22+6\sqrt{6}x-\cancel{x^2}$

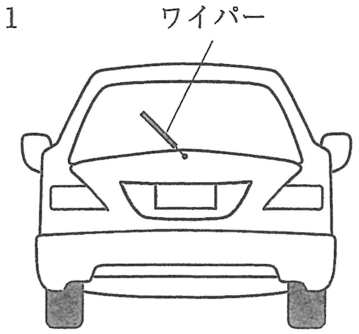
$6\sqrt{6}x=12$, $x=\frac{2}{\sqrt{6}}$

$IQ=\sqrt{(\sqrt{34})^2-\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

$\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm

5 自動車には図１のように、ガラスについた雨や雪などをふき取るためにワイパーがついている。しおんさんとゆうりさんは、自動車の種類によってワイパーの形や動き方が違うことに興味をもち、調べることにした。(1)・(2)に答えなさい。

図１



(1) しおんさんの家にある自動車の後方のワイパーは、動きを低速か高速に調節することができる。ワイパーがガラスをふき始めてから次にふき始めるまでにかかる時間は、１回につき低速で動かすと 10 秒、高速で動かすと２秒かかる。低速と高速を合わせて 10 回動かしたところ、52 秒かかった。このとき、低速で何回動かしたか、求めなさい。

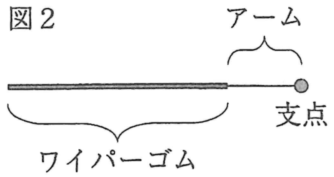
4回

(2) しおんさんとゆうりさんは、ワイパーの形によって、ふき取る部分の形が違うことについて、図をかいて考えることにした。次の２人の【話し合いの一部】を読んで、(a)～(c)に答えなさい。ただし、円周率は π とする。

【話し合いの一部】

しおんさん　観察してみると、ワイパーはワイパーゴム、アーム、支点の３つの部分でできていますね。支点が回転することで、アームが動き、ワイパーゴムの部分でふき取りますね。図２のように、ワイパーゴムを太い線で、アームを細い線で、支点を黒い丸で表して、考えましょう。

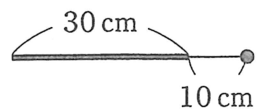
図２



ゆうりさん　自動車の後方のワイパーを見てみると、図３のようなワイパー①とワイパー②の形が多いですね。この２つについて、ふき取る部分の形を調べましょう。２つともワイパーゴムを 30 cm、アームを 10 cmとします。それぞれ支点を中心に 90° だけ回転させると図４のようになりますね。

図３

〈ワイパー①〉



〈ワイパー②〉

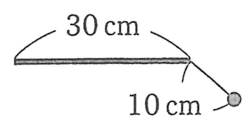
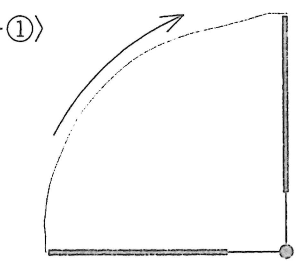
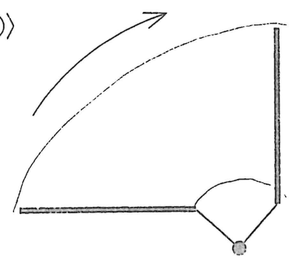


図４

〈ワイパー①〉



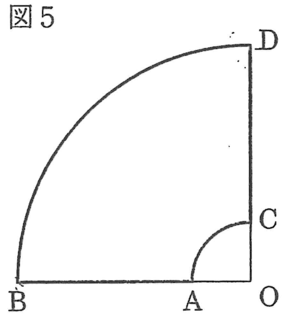
〈ワイパー②〉



しおんさん　ワイパー①、ワイパー②、どちらのワイパーの方が、ふき取る部分の面積が大きくなるかを調べてみましょう。

ゆうりさん　それでは、まずワイパー①について考えてみましょう。図５のように、５点O、A、B、C、Dをとると、ワイパー①のふき取る部分の面積は、おうぎ形OBDの面積からおうぎ形OACの面積をひくと求まりますね。この２つのおうぎ形は中心角の大きさが等しいので相似になります。OB：OA ＝ 4：1 だから、おうぎ形OBDとおうぎ形OACの面積比は（ ア 16:1 ）になりますね。これらのことから、ふき取る部分の面積を求めると、375 π cm^{2}になりますね。

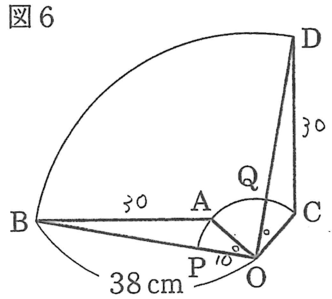
図５



しおんさん　次にワイパー②について考えてみましょう。ワイパー②が描く図形は、図６のように、△OABを点Oを回転の中心として、時計まわりに 90° だけ回転させた形の一部とみることができますね。

ゆうりさん　図６のように、OB ＝ 38 cm、点A、Bを回転させてそれぞれ移動した点をC、Dとしましょう。また、$\overset{\frown}{AC}$ を延長したものと線分OBの交点をP、$\overset{\frown}{AC}$ と線分ODの交点をQとして、調べていきましょう。

図６



しおんさん　△OABと△OCDは合同だから、∠BOA ＝ ∠DOC であり、おうぎ形OAPとおうぎ形OCQも合同になりますね。つまり、図６の２つの色のついた部分は同じ面積になりますね。

ゆうりさん　なるほど。図６の同じ面積の部分を移しかえて考えることによって、図４のワイパー②のふき取る部分の面積を求めることができますね。求めて比べてみると、ワイパー（ イ ）の方が、（ ウ ）cm^{2}だけふき取る部分の面積が大きいことがわかりました。

(a) 【話し合いの一部】の（ ア ）にあてはまる比を書きなさい。

16：1

(b) 図５において、線分BA、$\overset{\frown}{AC}$、線分CD、$\overset{\frown}{DB}$ で囲まれた図形（色のついた部分）の周の長さを求めなさい。

$30+5\pi+30+19\pi$

$24\pi+60$ (cm)

(c) 【話し合いの一部】の（ イ ）には①・②のいずれかを、（ ウ ）にはあてはまる数を、それぞれ書きなさい。

①　39π